

物理モデルによる剛体の落下衝突音のサウンドレンダリング

Sound Rendering by a Physical Model for Falling Rigid Bodies

西口 草太

Sota Nishiguchi

法政大学情報科学部デジタルメディア学科

E-mail:sota.nishiguchi.4b@stu.hosei.ac.jp

abstract

Sound production by a physical model for falling objects intended to audio synthesis of immersive contents is described. Our approach is a physically mathematical model to synthesize sound and audio for animation with rigid body simulation. To correspond more various conditions, a collision model of an object is introduced to vibration and propagation simulation. Evaluation of generated sound was comparing from real sound with numerical criteria and psychoacoustic regard. According to experiments for a variety of objects and floor surfaces, which were similar to real facts in approximately 90% of the whole. As breadth and quality of sound, usefulness of the physical model audio synthesis in the virtual reality is represented.

1 まえがき

VR を利用した没入型コンテンツには CG による映像生成が不可欠である。計算機の性能向上やアルゴリズムの開発により、映像はよりリアルなものになった。再生される音声ファイルには録音したサンプル音や合成音を用いられるが、映像と完全に一致した音響が得られない場合がある。

本研究では従来の音響生成手法が不得意とする音として、想定されるパターンが多い落下音を対象に物理モデル音響生成に取り組む。落下物や床面の素材や形状、落下速度や落下姿勢などの物理データを用いて想定される多様な落下音に対応できる音響生成システムを構築する。

2 落下音と物理モデル

2.1 様々な落下音

落下・衝突という現象は様々な物の組み合わせが考えられる。また、落とし方によって挙動も複雑に変化する。これらの変化に伴って音高・音量・音色・減衰・タイミングが異なる様々な落下音が発生する。特に落下時の挙動は制御が難しく、映像に一致した落下音を後付けしたり事前に用意しておくことは非常に難しい。下図は同一の物体を異なる床面に落とした時の音のスペクトログラムである。落下衝突時に音を発する主な物理現象は床面と物体の衝突と、衝突による物体の振動である。

衝突音はパルス性の衝撃波で表され、物体と床面の物性や衝突速度によって変化する。振動音は物体固有の振動モードを足し合わせた周期関数で表される。振動モードにはたわみ振動(横波)、伸縮振動(縦波)、ねじり振動の3種類の振動パターンがある。外力の位置や強さによってモード毎に強度や減衰が変化する。落下物体の跳ね返りにより、これらの現象が繰り返

される。衝突時の物体の速度や姿勢はその都度変わるので、衝突や振動もそれに伴って変化する。このように、様々な条件によって多様に変化する落下音を録音サンプルで再現することは困難であるといえる。自由度の高い仮想空間内ではオブジェクトを疑似的に掴んだり、移動させたりすることが想定されるため、挙動についての制限が取り払われた音響生成エンジンが必要である。

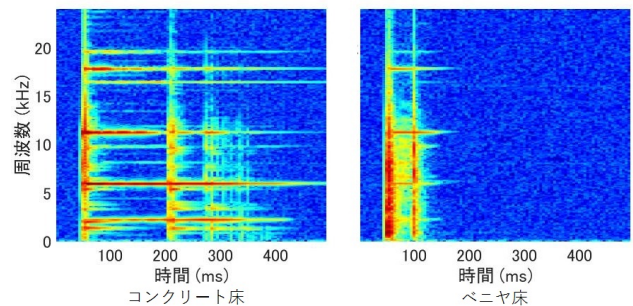


図 1. アルミ棒の落下音スペクトログラム

2.2 関連研究と課題

関連研究では複雑な挙動を伴う現象として、水のような流体の音や服の擦れる音、火炎音などを対象に、物理方程式と数値計算シミュレーションを用いた音源生成に取り組んでいる。落下音を対象とした研究 [1][2][3] もあり、落下物の固有モードを固有値解析によって計算することで、個々の物体に適した音源を生成している。

これらの研究は3次元の振動モデルを用いており計算量が莫大である。そのため周波数に上限を設ける必要があり生成音がこもった印象の音になってしまう。さらにノード数が非常に大きくなるような巨大な物体は扱えない。3次元の振動解析はたわみ、伸縮、ねじり振動全てを扱えるが、物体の形状によっては周波数が可聴域外となる振動パターンも存在するため、最適な振動モデルの選択が必要である。

また振動の初期条件は単純なインパルス加振のみに対象が絞られている。落下音を考える場合には床面の違いや衝突速度によって、衝突時に物体に加わる力も多様に変化し、その後の振動にも影響することが予想される。物理モデル音響生成の実用化のためには、より多様な現象に対応でき、音質の良い落下音生成モデルを考えなければならない。

2.3 落下音生成システム概要

音響生成システムは主に2つの処理から成り立つ。一つは物理情報と物理モデルを用いて音源を生成するサウンドモデリング処理である。もう一つは生成した音源と空間情報をもとに音場を生成するサウンドレンダリング処理である。これらの処理を経て得られた音源・音場と観測地点に基づき音を合成することで所望の音響を生成する。

音響の生成に必要な物理情報や空間情報はシステムへの入力とし、対象とする物体の物性・形状・速度に関する数値や、物体と観測点の位置情報などを設定する。物体の形状や挙動データはCG映像生成時の物理エンジンの情報を入力とすることで映像内の現象に則した音響生成を行う。物体の衝突と振動をそれぞれ物理モデル化し、作成したモデルに対して各種パラメータを与えて発生する衝突と振動の波形を生成する。振動モデルは物体を単純形状とみなし基本形ごとにモデルを用意する。これらの波形をサウンドレンダリング処理することで実際に耳に届く音が作成できる。本論では生成した衝突パルスと振動波形を境界条件として波動方程式を解くことで落下音を合成する。

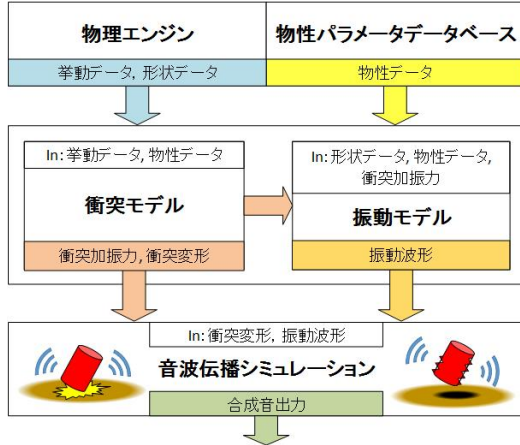


図 2. システム概要図

3 落下音物理モデル

3.1 振動モデル

基本形の振動モデルとして、種類ごとに振動モデルを用意していく。まずはたわみ振動のみを扱った棒材の振動モデルについて説明する。Timoshenko 梁理論は棒材の振動をたわみ変形と剪断変形により表したモデルである。たわみ変形により棒材が軸方向に伸び縮みし、それに対する復元力が生じる。たわみ変形においてはヤング率 E が弾性係数として与えられる。一方、剪断変形は断面方向へのズレであり、ズレに対しての復元力が生じる。弾性係数は剛性率 G で表される。これら 2 つの復元力を考慮した Timoshenko 梁に回転慣性を適用したモデルを用いて基礎方程式を立てる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[AG\kappa \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \phi \right) \right] &= \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ AG\kappa \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \phi \right) + EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= \rho I \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $w(x, t)$ を位置 x 、時刻 t における変位、 $\phi(x, t)$ を断面の回転角、Timoshenko 係数を κ とする。また、 I を断面二次モーメント、 ρ を物体の質量密度、 A を断面積とする。

時間微分、空間微分共に微分項を 2 次精度の中央差分で置き換える。

$$\begin{aligned} \frac{G\kappa}{\rho} \left(\frac{w_j^{i+1} - 2w_j^i + w_j^{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{\phi_j^{i+1} - \phi_j^{i-1}}{2\Delta x} \right) &= \frac{w_{j+1}^i - 2w_j^i + w_{j-1}^i}{\Delta t^2} \\ \frac{AG\kappa}{\rho I} \left(\frac{w_j^{i+1} - w_j^{i-1}}{2\Delta x} - \phi_j^i \right) + \frac{E}{\rho} \frac{\phi_j^{i+1} - 2\phi_j^i + \phi_j^{i-1}}{\Delta x^2} &= \frac{\phi_{j+1}^i - 2\phi_j^i + \phi_{j-1}^i}{\Delta t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

i は空間についてのインデックスであり、時間ステップ j での変位を w_j^i とする。 $\Delta x, \Delta t$ はそれぞれ空間と時間の離散幅であ

る。差分化した基礎方程式を陽解法によって時間発展することで物体の振動をシミュレートする。落下衝突後の振動時には物体は自由となるため、境界条件には自由端境界条件を用いる。

続いてたわみ振動とねじり振動を扱った板の振動をモデル化する。既存のモデルには Mindlin 平板モデルがある。Mindlin モデルにおいて、板の微小要素 $dx \times dy$ に対して加わる一般化応力として、モーメント力 M_x, M_y, M_{xy} と剪断力 Q_x, Q_y を考える [4]。これらの一般化応力に対する応答としての変位は、面に垂直な方向の変位 w と回転角 ϕ_x, ϕ_y を用いて表現でき、振動の方程式は Timoshenko 梁と同様に回転運動と並進運動についての連立式になる。

$$\begin{aligned} \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \nu D \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right] \\ &+ \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + D \frac{\partial \phi_x}{\partial y} \right] - \kappa Gh \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \nu D \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + D \frac{\partial \phi_x}{\partial y} \right] - \kappa Gh \left(\phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa Gh \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\kappa Gh \left(\phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (5)$$

ここで、 w, ϕ_x, ϕ_y は位置 (x, y) 、時刻 t での変位と x, y 軸まわりの回転角である。 ν は物体のポアソン比とする。 D は板の曲げ弾性定数であり $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ で定義される。

伸縮振動を加えた 3 次元の振動の場合も微小要素に加わる応力と歪みテンソルを考えることで、モーメントと剪断力についての偏微分方程式が得られる。

各方向の変位と応力についての偏微分方程式をもとに、Timoshenko 梁モデルと同様に物体の振動をシミュレーションする。

3.2 衝撃モデル

衝撃音は衝撃力の作用中に生じる物体の変形が及ぼす空気の圧力変化である。文献 [5] は鋼球の衝撃音を対象にした研究である。実験には直径 5cm の鋼球を用いているが、この対象の場合は振動音の基本モードが可聴域の外であり、衝撃音のみを考えて分析を行っている。文献によると衝撃音はパルス性の波形であり、パルスのピーク音圧は加速度と物体の体積に比例し、距離に反比例することをヘルツの固体接触理論や波動方程式から導き出している。

$$p(x, y, z; t) = \frac{\rho a^2}{4R} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ U \left(x', y', z'; t - \frac{R}{c} \right) \right\} \quad (6)$$

p を観測点 (x, y, z) における時刻 t での音圧とし、 U は音源上の点 (x', y', z') の速度を表す。また a を球体の半径、 R を音源と観測点の距離、 ρ を空気の平均密度、 c を音速とする。

また衝撃により物体が振動する。そこで衝撃によって物体に加わる力を計算し、振動モデルの境界条件として利用する。衝突時に物体に加わる力はヘルツの固体接触理論より予測できる。物体が球の場合の衝突による変形 $d(t)$ は次の式で求まる。

$$d(t) = F(t)^{2/3} \left(\frac{C^2}{R} \right)^{1/3} \quad (7)$$

$F(t)$ は時刻 t で働く力、 R は物体の半径である。また C は次

のように定義する.

$$C = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \nu_0^2}{E_0} + \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right) \quad (8)$$

E_0 を床面のヤング率, ν_0 を床面のポアソン比とする. 添え字 1 の定数はそれぞれ物体の対応する値とする. また接触時間 τ もこれらのパラメータから計算できる.

$$\tau = \frac{4\sqrt{\pi}\Gamma(2/5)}{5\Gamma(9/10)} \left(\frac{m_r^2}{g^2 v_i} \right)^{1/5} \quad (9)$$

$$g = \frac{4}{5C} \sqrt{R}, \quad m_r = \frac{m_0 m_1}{m_0 + m_1}$$

m_r は物体と床面の相対質量であり, m_0 は床面の質量, m_1 を物体の質量とする. 質量 m_1 , 速度 v_i の落下物の運動量 $p = mv_i$ と衝突加振力 $F(t)$ の力積の関係から次の式が得られる.

$$F_{\text{ave}} = \frac{2m_1 v_i}{\tau} \quad (10)$$

この F_{ave} を用いて衝突加振力の時間波形を正弦波でモデル化する.

$$F(t) = F_{\text{ave}} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right) \right) \quad (11)$$

外力の時間波形を振動シミュレーションに境界条件として与えることで衝突の変化に対応した振動が生成できる. また物体が球以外の形状の場合も, それぞれ適当なモデルを用いて外力波形を計算する [6]. 衝突自体のパルス音は, 衝突による変形の時刻歴 $d(t)$ を音波伝播シミュレーションの境界条件に与えることで再現する.

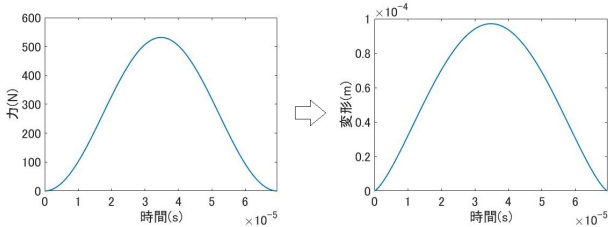


図 3. $F(t)$ と $d(t)$ プロット

3.3 落下剛体シミュレーション

衝突加振モデルを物体の落下に応用する. 速度は物体の高さ h と重力加速度 g を用いて $\sqrt{2gh}$ で求める. また床面と物体の反発係数を用いて反射後の高さを求め, 再衝突時の速度を計算する. これを繰り返すことで床面を跳ねる物体への加振条件が得られる. しかし, 反発係数は物性や形状などが複雑に関係する数値であり, 密度やヤング率のように素材ごとの物理特性として用意することが難しい. また, 落下時には物体の重心まわりの回転が生じたり, 反発の打ち切り処理も必要となる.

CG アニメーション生成では, 落下や衝突をより現実に近い挙動で表現すべく物理法則に基づいた演算を行うことで再現している. フリーの物理演算エンジンもあり, Bullet は多数の 3DCG 作成ソフト (Maya, Blender, etc.) で利用されている. 映像と一致した音響を得るためには, 映像で用いられる剛体シミュレーションの情報を用いるのが妥当である. 本稿では Bullet の剛体シミュレーションを用いる. Bullet では物体毎に反発係数や摩擦係数を設定することができる. これらの値を音響生成のパラメータに利用しつつ, Bullet 内の剛体シミュレーションから衝突時刻や速度, 衝突部分の形状を得る.

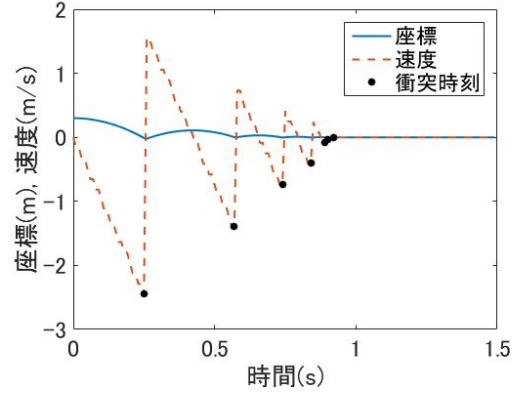


図 4. Bullet から取得したデータ

3.4 サウンドレンダリング処理

振動シミュレーションの結果を音にするうえで音源と観測点の位置関係を踏まえた音響的な処理が必要になる. [1] では, FFAT map (Far-Field Acoustic Transfer map) により音源と観測点の位置関係から, 各モードの振幅を計算する手法をとっている. FFAT map は固有モード解析によりモード毎の位相と振幅を計算し, その結果とヘルムホルツ方程式を用いて, 物体周囲の音場をモデル化したものである.

$$\nabla^2 p(\mathbf{x}) + k^2 p(\mathbf{x}) = 0 \quad (12)$$

$p(\mathbf{x})$ は位置 \mathbf{x} での音圧, 波数は $k = \omega/c$ (音速 c , 各周波数 ω) である.

この微分方程式に対し, サウンドモデリングより得られた物体表面の変位をノイマン境界条件として与えることで音場を推定する. 振動モード毎に音場を作成し, 全てのモードの音場を合成することで振動音の音場を生成する.

本研究ではヘルムホルツ方程式の元となる波動方程式を直接 FDTD 法により解くことで音波伝播を再現する. 波動方程式は次の式で与えられる.

$$\nabla^2 p(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

物体の振動を踏まえた境界条件は次のようになる.

$$\frac{\partial p(\mathbf{x}, t)}{\partial n} = -\rho a_n(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (14)$$

ここで, $\partial/\partial n$ を物体表面 Ω に対する法線微分とし, ρ を媒体の密度とする. 通常は空気が媒体となるので $\rho = 1.2041 \text{ kg/m}^3$ を用いることで物体表面の空気振動についての条件が得られる. a_n は物体表面の加速度であり, 物体表面の変位を時間について 2 階微分すれば求まる. 微分方程式として与えられた境界条件を差分化し, 物体と媒体の境界上の音圧についての条件式が得られる. この条件と波動方程式を用いて音波伝播をシミュレーションする.

4 生成音の評価

アルミニウムの密度, ヤング率等の物性パラメータと棒材の形状データ, 棒の端への衝撃を初期条件に与えて振動を生成した. 棒の端から軸に垂直な方向に 5cm 離れた位置での空気振動をシミュレーションしたところ, 実際の音とは数値的な誤差があるものの, 音の印象や高さに違和感のない生成音を得られた. 実際の音と生成音のスペクトルを比較すると, 固有振動数がおおむね一致しており, モード成分の振幅もほぼ再現できていることが分かる. 15000Hz 以上のモードについては実際の音

と強度が異なり十分な再現はできなかったが、可聴域の上限に近いため音の印象を大きく左右することは無いと考え、今回は評価の対象外とする。

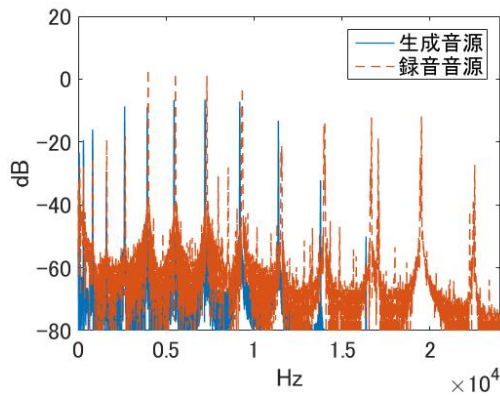


図 5. アルミ棒の振動音スペクトル

表 1. 固有周波数の比較

モード	収録音	生成音	相対誤差
1	303 (Hz)	304 (Hz)	0.33%
2	831	823	0.96%
3	1627	1606	1.29%
4	2675	2643	1.20%
5	3979	3928	1.28%
6	5532	5454	1.41%
7	7319	7211	1.48%
8	9330	9191	1.49%
9	11568	11384	1.59%
10	14006	13779	1.62%
平均	—	—	1.26%

続いて落下音の評価を行う。各種パラメータを設定し落下音を生成した。衝突音、振動音ともに現象に適した音響が得られた。生成に使用したパラメータは次の通りである (表 2)。

表 2. パラメータ設定値

パラメータ名	物体 A ^{*1}	物体 B ^{*2}	物体 C ^{*3}	備考
密度 (kg/m ²)	2698.9	8411	7874	^{*4}
ヤング率 (GPa)	70.3	100.6	211.4	〃
剛性率 (GPa)	26.1	37.3	81.6	〃
ポアソン比	0.345	0.35	0.293	〃
長さ (m)	0.15	0.15	0.30	^{*5}
幅 (m)	0.01	0.01	0.008	〃
厚み (m)	0.01	0.01	0.008	〃
断面形状	矩形	円	円	〃

それぞれの生成音の各指標による評価は次のようになった。

表 3. 評価データ

対象物	振動モード再現率	周波数相対誤差	平均パワー誤差
A	66.7% (4/6)	3.43%	5.65dB
B	100% (3/3)	1.52%	17.12dB
C	84.6% (11/13)	2.66%	12.15dB

円型断面の棒材についてはたわみ振動のみのモデルでも十分なモード再現が可能である。これは円型断面ではねじり振動が

^{*1} アルミニウム製
^{*2} 七三黄銅製
^{*3} 軟鉄製
^{*4} 理科年表参照
^{*5} 測定値

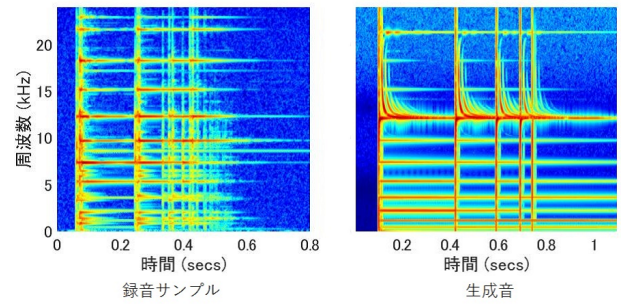


図 6. 物体 C の落下音スペクトログラム

音を発生させないためであると考えられる。パワー誤差は減衰の不一致や加振条件の誤差によるものであると推測する。

衝突加振力波形を振動音へ利用することで、跳ね返るたびに徐々に振動音の高次モードが弱まっていく落下音の特徴を再現した。また衝突変形によって生じる衝突音を考慮することで落下音に強いアタック感が生まれた。生成した衝突音はいずれの対象の場合もスペクトルはあまり変化しなかったが、今回は点での衝突モデルを全ての衝突に適用したため、線や面での衝突を再現できなかったことが原因であると考えられる。また強い衝突は衝撃波を発生させる。変形による気圧変化と音波伝播のみでは十分に対応しきれない現象も存在し得る。

床との接地による減衰や、物性パラメータによる振動モデルの減衰率の定義など、音の減衰に関する改良を行うことでより実際の音に近い生成音が得られることが予想される。今回はたわみ振動モデルの実装のみにとどまったが、ねじれ振動や伸縮振動を考慮したモデルと比較して最適な振動モデルを適用する枠組みを考える必要がある。

5 あとがき

作成したシステムの汎用性を確認するために、さらに様々なパラメータを与えて実験を行う必要がある。生成音の評価としては映像と共に生成音を流し、映像との一致度や音質についての主観評価も重要である。また振動モデルと衝突モデルの拡張や、衝撃波伝播シミュレーションの利用、シミュレーションの離散幅の検討などシステム内部の課題も解決していくことでより現実に近い音響生成が実現すると考えている。

参考文献

- [1] Jeffrey N.Chadwick, Steven S.An, Doug L.James, “Harmonic Shells: A Practical Nonlinear Sound Model for Near-Rigid Thin Shells”, Cornell University, 2009.
- [2] Jeffrey N.Chadwick, Changxi Zheng, Doug L.James, “Faster Acceleration Noise for Multibody Animations using Precomputed Soundbanks”, ACM SIGGRAPH, 2012.
- [3] Changxi Zheng and Doug L. James, “Toward High-Quality Modal Contact Sound”, 30(4), ACMTrans. on Graphics (SIGGRAPH), 2011.
- [4] 鶴 秀生, “木琴の振動の時間領域有限差分 (FDTD) 法による解析”, 日本音響学会誌, Vol.67, no.7, pp.296-301, 2011.
- [5] 西村源一郎, 高橋浩一, “鋼球の衝突音の研究”, 精密機械学会, Vol.28, no.4, pp.220-230, 1962.
- [6] S.P.Timoshenko and J.N.Goodier, “Theory of Elasticity THIRD EDITION”, McGraw-Hill Book Company Inc., pp.423-436, 1970.