物理モデルを用いた吹奏感を考慮した楽器の設計

岩見 壮留 Takeru Iwami 法政大学大学情報科学部ディジタルメディア学科 takeru.iwami.6c@stu.hosei.ac.jp

abstract

When designing musical instruments, it is important to have a structure that can play correct pitches and beautiful tones. It is important to be able to play beautiful sounds, but you need to design an instrument that the player can easily play. However, there are few conventional studies that consider the performance of musical instruments. In this research, we change the shape of the clarinet bell and clarify the relationship between the characteristics of the tube and the feeling of performance. The method use in the simulation of musical instrument sounds simulates the vibration of a clarinet reed using an M.S.W model. For the tube simulation, the input impedance is calculated first, and then the reflection function is calculated. The instrument sound is estimated by convolving the reflection function with the M.S.W model. In this study, we performed an experiment to relate the feeling of wind to the characteristics of the tube. In this study, the characteristics of the tube were used as the input impedance. The method continuously changes the cross-sectional area of the tubes and calculates the input impedance of each tube. The calculated maximum value of the input impedance is graphed to show the characteristics of the tubular body. Next, the tube model is printed with a 3D printer, and the feeling of performance, pitch, and tone are evaluated. Using these two characteristics, the relationship between the characteristics of the tube and the feeling of performance is defined. As a result, it was found that there is a point where the characteristic of the component of the input impedance changes at a certain inner diameter. From that point, we could divided the tube into a playable tube and an impossible tube. In conclusion, there is an appropriate input impedance for the mouthpiece of any instrument that does not impair the playing sensation.

1 はじめに

管楽器の作成は複雑な理論と緻密な計算の下に成り立ってお り、今日までに作られている楽器の多くは、長年の物理的な研 究や職人の経験に基づいて改良を重ねられてきた。管楽器を作 成するにあたり考慮しなければいけない点が何点かあり、音 程、音色、形状、吹奏感、コストなどが挙げられる。他にも考 慮すべき点は多く存在するが、本研究では考慮しないため割 愛させていただく。従来研究では、楽器音のシミュレーション や、楽器内部の気柱の振る舞いや発振の原理など、物理的な解 析が行われてきた。これらの研究は、既存の管楽器を対象にし たものが多く、未知の管体形状をもつ楽器について言及してい る研究はあまりない。楽器作成において吹奏感は、実際に作成 した楽器を演奏することで評価されてきた。したがって、コス トパフォーマンスや、時間的なパフォーマンスもあまり良くは ない。この問題を解決するために、任意の管体形状の特性をシ ミュレーションし、吹奏感まで考慮する設計方法を本研究で提 案する。本研究の提案は、管体の断面積を変化させ、その管体 の特性を計算する。また、3 D プリンタを用いて、任意の管体

を設計し、音色、音程、吹奏感について評価する。次に管体の特性と比較することで管体による吹奏感と特徴の関係を明らかにする。本研究で用いる特徴は、管の入力インピーダンスと反射関数を用いる。また、反射関数が求まれば、楽器音のシミュレーションも可能になる為、音色の評価もシミュレーション上で行えるようになる。以上の方法を用いて音色、音程、吹奏感を考慮した楽器設計法を提案する。本研究では、クラリネットをベースに研究を進めていく。

2 楽器の設計

2.1 3D モデリングとプリント

本研究では、楽器の管体の形状の設計を 3D モデリングソフトである Blender を用いてモデリングを行い、モデルの出力を Flashforge 社の Adventure 3 という製品を用いた。今回は、クラリネットのパーツの中でも、管端に接続するベルと呼ばれるものを作成する。ベルは、全長 $10.7 \, \mathrm{cm}$ で、直径は $21.9 \, \mathrm{mm}$ から $63.5 \, \mathrm{mm}$ まで円錐状に広がる。



図 1. 3D プリントをしたベル (全長 10.7cm, 直径 21.9mm~63.5mm)

2.2 シミュレーション

本研究は、コンピュータ上で様々な形状の管体を表現した物理モデルを作成し、楽器音のシミュレーションを行う。本研究では、最終的に 3D プリンタを用いて設計した楽器の出力を行うが、その出力に要する時間は、30mm×30mm×66mmの円柱で約90分かかる。楽器音のシミュレーションを行う事は、出力の前に管の音響特性を調べられるため研究の効率化を図るうえでかなり重要である。楽器音を推定するためには、その楽器の信号の元となる励起機構、すなわち、マウスピースのモデルと、管体のモデルが必要である。マウスピースのモデルと、管体のモデルが必要である。マウスピースのモデルは、McIntyer,Shumacher,Woodhouseにより提案されたMSWモデル[2][5][7]を用いる。楽器音のシミュレーションの方法は、任意の管の形状から入力インピーダンスを計算し、反射関数を求めることで管体の反射特性を得る。この反射関数をリードバルブのモデルに畳み込み積分を行う事で、楽器音の推定を行う。一般的に管体は線形部を表しており、非線形部はリードである。

3 楽器のモデル化

3.1 反射関数の定義

反射関数とは、管体の反射応答を表す関数の一つである。もう一つの管体の応答特性を表す関数としてインパルス応答が挙げられる。反射関数とインパルス応答の違いは、減衰の速さである。反射関数は、インパルス応答に比べ、減衰が早く、マウスピースのモデルに取り込んだ際に計算が格段に速くなる

Supervisor: Prof. Katunobu Itou

という性質がある。したがって、時間領域の楽器のシミュレーションにおいては反射関数を用いるのが一般的とされている。 [1][3][4][5][6] 反射関数を実際の管体形状から計算するには、まずその管体の入力インピーダンスを得る必要がある。 入力インピーダンス $Z(\omega)$ と反射関数 r(t) の関係は、

$$r(t) = F^{-1}(r(\omega)) = F^{-1}\left(\frac{Z(\omega) - Z_0}{Z(\omega) + Z_0}\right)$$
 (1)

によって与えられる。ここで F は逆フーリエ変換、 Z_0 は管の特性インピーダンス ($Z_0=
ho c/S,
ho$ は空気密度、c は音速、S は管体入り口の断面積) である。

3.2 入力インピーダンスの計算

入力インピーダンスの計算方法は文献 [6] によって与えられている。以下、その方法を紹介する。

周波数領域でみた管体の入力端 (添え字 in) と出力端 (添え字 out) での圧力と体積流量の関係は、

$$\begin{bmatrix}
p_{in}(\omega) \\
U_{in}(\omega)
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
A(\omega) & B(\omega) \\
C(\omega) & D(\omega)
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
p_{out}(\omega) \\
U_{out}(\omega)
\end{bmatrix}$$
(2)

で記述される、ここで2行2列の行列は波の伝播特性から計算される変換行列である。

管体が音を放射する出力端での放射インピーダンス $Z_r(\omega)=p_{out}/u_{out}$ を上式に代入すると、この管の入力インピーダンス $Z(\omega)$ は、

$$Z(\omega) = \frac{p_{in}}{U_{in}} = \frac{Ap_{out} + BU_{out}}{Cp_{out} + DU_{out}} = \frac{AZ_r + B}{CZ_r + D}$$
(3)

となる。管体形状が円筒管や円錐管単独ではなく、n 個の円筒管や円錐管の組合わせからなる場合は、放射インピーダンス Z_r から n 番目の管の入力インピーダンス Z_n を計算し、これを n-1 番目の管の放射インピーダンスと して Z_{n-1} を計算し、以降 $Z_1=Z$ まで繰り返すことで管全体の入力インピーダンスを計算する。

3.3 放射インピーダンスの計算

放射インピーダンス Z_r は波数 k、開口部の半径 r の積 z=kr の関数として、次のように近似される。 z<1.5 のとき

$$Z_r = \rho c \left[\left(0.25z^2 + 0.082z^4 \ln z - 0.023z^6 \right) + i \left(0.6133z - 0.036z^3 + 0.034z^3 - 0.0187z^5 \right) \right]$$
(4)

1.5 < z では、

$$Z_r = j\rho c \left(k\Delta l + \frac{1}{2} j \ln R \right) \tag{5}$$

ここで、R は反射係数、

$$R = e^{-z}\sqrt{\pi z} \left[1 + \left(\frac{3}{32}\right) \left(\frac{1}{z^2}\right) \right] \tag{6}$$

 Δl は開口端補正

$$\Delta l = r \left(0.634 - 0.1102z 0.0018z^2 - 0.00005z^{4.9} \right) \tag{7}$$

である。また、c は音速、 ρ は空気密度、j は $\sqrt{-1}$ を表す。

3.4 円筒管の変換行列

変換行列は、管体内を伝搬する1次元近似された波の伝搬特性から計算される。ここでは、計算の詳細は省略し、その結果のみを示す。まず、以下のように記号を定義する。

$$C_p$$
:定圧比熱, C_v :定積比熱, r :管の内径, $\gamma = C_p/C_v$,

$$r_v = r\sqrt{(\omega/c)(1/l_v)},$$

$$r_t = r\sqrt{(\omega/c)(1/l_t)}$$

これらから、 Z_z (粘性効果による直列インピーダンス), Y_t (単位長さ当たりの並列アドミッタンス) は粘性と熱によるエネルギー損失を考慮して以下のように近似される。

$$Z_v = j\omega\rho \left[1 + \frac{2}{r_v} (1 - j) - \frac{j}{r_t^2} \right]$$
 (8)

$$Y_t = \frac{j\omega}{\rho c} \left[1 + (\gamma - 1) \left(\frac{\sqrt{2}}{r_t} (1 - j) + \frac{j}{r_t^2} \right) \right]$$
(9)

これらから、長さ L 内径 r の円筒管の変換行列は以下のように計算できる。

$$\begin{bmatrix} p_{in} \\ U_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \Gamma L & \zeta \sinh \Gamma L \\ \frac{1}{\zeta} \sinh \Gamma L & \cosh \Gamma L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{out} \\ U_{out} \end{bmatrix}$$
(10)

ここで Γ は伝播定数 $\sqrt{Z_vY_t}$, ζ は特性インピーダンス $\sqrt{Z_v/Y_t}$ である。

3.5 円錐管の変換行列

円筒管と同じように円錐管の変換行列は以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} p_{in}x_{in} & \\ U_{in}x_{in} - \frac{p_{in}}{Z_v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\Gamma L & \zeta \sinh\Gamma L \\ \frac{1}{\zeta} \sinh\Gamma L & \cosh\Gamma L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{out}x_{out} \\ U_{out}x_{in} - \frac{p_{in}}{Z_v} \end{bmatrix}$$
(11)

4 M.S.W モデル

本 研 究 で 用 い る マ ウ ス ピ ー ス の モ デ ル は 、McIntyer,Shumacher,Woodhouse に よ り 提案 さ れ た 写 像 関数を用いたモデルである。このモデルは線形共鳴器である管体の効果を多重時間遅れとして取り込むという力学的特徴がある。リードの振動を音圧と吹鳴圧の差のみで表現することで、リードの振動を比較的簡単にシミュレーションが可能である。M.S.W モデルは以下の式で表現される。モデルの詳しい内容は参考文献 [2][5][7] を参照頂きたい。

$$if \quad p > P_c \quad then$$

$$F = C (p - P_0 + \alpha) (P_0 - p)$$

$$if \quad p <= P_c \quad then$$

$$F = 0$$

$$\alpha = p_0 - P_c$$

$$(12)$$

F 口からマウスピースへ流入する空気の量

p マウスピース内音圧

 p_0 吹鳴圧

lpha リードが閉じるときの音圧 Pc と p_0 の差

C 関数の高さ

本研究では $C=0.5, \alpha=Pc+1$ とする。図 2 に 流量 F と音圧 p の関係を表した概略図を図 2 に示す。

次に反射関数 r(t) を用いると、過去の音圧 p と流量 F の関係は、畳み込み積分を用いて以下のように表せる。

$$p = F + p_{inc}$$

$$p_{inc} = \int_{0}^{\infty} r(t') \left[p(t - t') + F(t - t') \right] dt'$$
(13)

(17)(18) 式から p と F を p_{inc} の関数として書くことができる。さらに時間を離散化すると、

$$p_{inc_i} = \sum_{t=1}^{\infty} r_t \left[p_{i-t} + F \right]$$

 $if \quad p_{inc.} > P_c \quad then$

$$p_{i+1} = \frac{-(\alpha - 2P_0 + a) + \sqrt{\alpha^2 + 2a(\alpha - 2P_0) + a^2 + 4ap_{inc}}}{2}$$

 $F_{i+1} = -p_{inci} + p_{i+1}$

$$\begin{array}{ll} if & p_{inc} <= P_c & then \\ & p_{i+1} = p_{inc_i} \end{array}$$

 $F_{i+1} = 0$

(14)

ただし、a=1/C とおく。さらに、X=p+F とおくと、

$$p_{inc_{i}} = \sum_{t=1}^{\infty} r_{t} X_{i-t}$$

$$f(p_{inc_{i}}) = \begin{cases} if & p_{inc_{i}} > P_{c} & then \\ & -(\alpha - 2P_{0} + a) + \\ & \sqrt{\alpha^{2} + 2a(\alpha - 2P_{0}) + a^{2} + 4ap_{inc}} \\ if & p_{inc} <= P_{c} & then \\ & p_{inc_{i}} \end{cases}$$
(15)

5 実験

5.1 予備実験

まず初めに本研究では、楽器の吹きやすさの基準を設けるために、既存のクラリネットの形状を模したシミュレーションを行った。計算方法は、3.3 章の式を用いて管端の放射インピーダンスを求める。次に3.4 式を用いて入力端の入力インピーダンスを求めた。管全体の長さは59.64cmで、終端から10.74cmは放射状に断面積が大きくなる。内径は入力端が1.48cmに対し、終端では6.35cmまで大きくなる。この管についての入力インピーダンスを以下に示す。

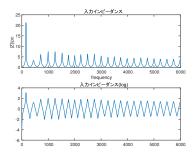


図 2. クラリネットの入力インピーダンス

現れているピークが左から、 21.26Ω , 3.35Ω , 6.18Ω となっている。クラリネットは基本周波数のインピーダンスが最も大きくなる。そこで今回はこの入力インピーダンスの最大値の大きさと何個目のピークであるかに注目をして実験を行っていき、管の特性と吹奏感の変化を考察していく。

5.2 吹奏実験

実験のために円筒の状態からベルの終端または中央の半径が 徐々に大きくなるようにベル7個 (サンプル A~H) 作成した。 サンプル (A) \sim (E) は終端の半径が大きくなり、サンプル (f) \sim (G) が中央が変化するようにした。クラリネットが演奏可能な 被験者5名に依頼し、吹奏感についての比較を行ってもらった。 評価には5段階評価を採用し、(1)通常のクラリネットよりも とても吹きやすい、(2) 通常のクラリネットよりも少し吹きや すい、(3) 通常のクラリネットと同じ吹きやすさ、(4) 通常のク ラリネットよりも少し吹きにくい、(5)通常のクラリネットよ りもかなり吹きにくいの5つを評価に用いた。また、点数の評 価に加え、それぞれのベルに対して吹いた感触を聴取した。実 験方法は、先に音出しをしてもらってから、最低音の $D3,E^{\flat}3$ とその倍音にあたる $A4,B^{\flat}4$ の音をロングトーンし、息の入り 方や抵抗感を吹奏感として評価した。本実験の目的は、管体の 形状の変化にしたがって、吹奏感に変化が現れるかを検証する ためである。そして、後述するシミュレーション結果と照らし 合わせることで、吹奏感をシミュレーションで推測する方法を 述べる。

本実験の評価の際に、音色は考慮せず、吹奏感のみを含めた評価となっている。実験に用いたクラリネットは、Buffet Crampon の B^{\flat} クラリネット R-13 を用いた。マウスピースは Vandoren M30 を用い、リガチャーには ONO ピンクゴールド、リードは DAddario RESERVE 3.5+ を用いた。このクラリネットは、中級者から上級者まで幅広い層に支持されるモデルで、楽器の性能としては申し分ない。吹奏実験の結果は以下の通りである。

表 1. サンプルの変化させた部分の半径 (cm)

A	В	С	D	E	F	G
1.1	1.6	2.1	3.2	3.7	1.0	2.6

実験結果から、平均点に注目すると、管の断面積が大きくなるほど吹奏感が改善されて行く事が分かった。サンプル (D) は既存のクラリネットの形状を模している為、吹奏感の評価点が3 になったことは妥当だと考える。そこを基準に半径が小さくなると吹奏感が低下し、断面積を広げると吹奏感が向上すると

表 2. 吹奏実験のアンケート結果

被験者 \ サンプル	A	В	С	D	Е	F	G
a	4.0	4.0	4.0	3.0	2.0	3.0	4.0
b	4.0	4.0	3.0	3.0	2.0	4.0	3.0
С	3.0	4.0	4.0	3.0	2.0	4.0	4.0
d	4.0	4.0	3.0	3.0	2.0	4.0	3.0
e	5.0	4.0	4.0	3.0	2.0	5.0	4.0
平均	4.0	4.0	3.6	3.0	2.0	4.0	3.6

いう結果から、管の内径と吹奏感には関係があるのではないかと考えた。しかし、サンプル (A) と (F) について、平均は4点だが、3 点と5 点が混在するという結果になった。この結果は、個人の演奏の個人差によるものだと考えられる。管楽器は、演奏者個人の口の形や加える圧力の大きさに個人差があり、このようなクセが他の人よりも吹きにくい結果になることや、その逆にもなりうる要因であると考える。また、評点以外の聴取では、

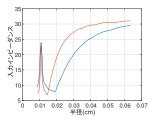
- 断面積が細いと倍音が出にくい。
- (E) について断面積が大きすぎると割れた音色になる。
- 違いはかなり微妙である。
- 断面積が狭くなると音程が下がる。
- (G) はこもったような音色のように聞こえる。
- (A),(B),(C),(F) について下の音は吹くことが出来るが、倍音の音は吹きにくい。
- 断面積が細くなると、倍音が減ったように聞こえる。

などの意見があった。この意見もベルごとに個人の吹奏感の感じ方には個人差がある。逆にある程度意見がまとまる傾向があり、4点をつけたベルに関して、下の音は吹くことが出来るが、倍音の音は吹きにくいという意見は4点に集まるという傾向が見られた。

また音程については、終端の半径が小さくなるほど下がる傾向にあり、音色も暗くなっていった。(G) のような管体の形状については、こもったような音色になり、音程も既存のクラリネットとほとんど同じ音程になった。

5.3 入力インピーダンスのシミュレーション

管端の半径を 0.0088m ~ 0.063 m まで半径を大きくし、入力インピーダンスを 5.1章の方法で求め、各半径ごとの最大値をグラフ化したものを図 3,同様にしてベルの中央部分の半径を0.0088m ~ 0.063 m まで半径を大きくしグラフ化したものを 4に示す。



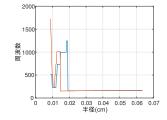


図 4. 周波数の遷移

青線のグラフは、(A)~(E) のような、管体の終端の半径が徐々に大きくなる形状に対応している。オレンジのグラフは、(F),(G) のような管体の途中が徐々に広がるような形状に対応している。横軸は半径になっており、クラリネットの内径が広がる前の内径の 0.8 倍から、既存のクラリネットのベルの終端の半径の倍の大きさまで徐々に大きくなるようにし、200 点をサンプル点とした。図 3 の縦軸は、入力インピーダンスの絶対値を空気密度と音速の積で除算しスケーリングを行った。図 4 の縦軸は、入力インピーダンスの最大値がどの周波数になるのかを示したグラフになっている。このグラフでは、入力インピーダンスの最大値の大きさと、最大値が何番目の倍音になっているかを判断することができるため、入力インピーダンスのおおまかな構造知ることが出来る。例えば、半径 3cm 付近の青線に注目すると、入力インピーダンスの最大値は 20 Ω でその

周波数は、150Hz の基本周波数成分になっている。半径 1.8cm 付近では、入力インピーダンスの最大値が $8.3~\Omega$ 、その周波数 は約 1000Hz となっており、第 5,6 倍音付近に入力インピーダンスの最大値が来ていることを表す。

図 3,4 の半径が 1cm~2cm の間にグラフが谷になっている部分があることが分かる。この折り返し点を境にグラフの右側と左側では、管体の性質が変化していることが考えられる。図4 において、折り返し点の左側は、管体の入力インピーダンスの最大値が第2倍音以降の周波数成分になっていることを表している。このようなインピーダンスの特徴は、金管楽器の特徴と似ている。折り返し点の右側では、基本周波数の成分が一番強くピークとして現れており、クラリネットの入力インピーダンスの特徴と似ている。このことから、管体の入力インピーダンスの構造が金管楽器の特徴と似る場合、クラリネットのマウスピースでは演奏が難しくなるという事が推測できる。

5.4 吹奏実験と遷移曲線の比較

作成したベルの半径とインピーダンスの遷移グラフ及び周波数の遷移グラフを対応付けた図を図5に示す。このグラフと、

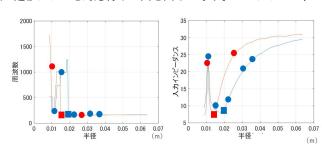


図 5. 青丸は左から (A)(B)(C)(D)(E)、赤丸は左から (F)(G)。 四角は折り返し地点

図??を比較すると、遷移グラフの折り返し地点の左側では、評価点が4点になっているのに対し、右側では評価点が3.6以上のものになっている。したがって、遷移グラフの折り返し地点を境に吹奏感に影響が起きていることが言える。このような結果になった要因として、前章でも述べた遷移グラフの左右で、管体の性質が変化したからであると考えられる。

本実験の結果から、管体を設計する際に、管全体の入力インピーダンスを半径を変化させながら計算し、それらを入力インピーダンスの最大値に対応した遷移グラフを用いることが有効である。クラリネットのマウスピースを用いるのであれば、入力インピーダンスの最大値が基本周波数になっている半径を設計の範囲として決めることで、吹奏感を損ないすぎない範囲での楽器の設計が可能になる。

音色の変化については、(G)のような形状を取ることで、こもったような音色に変化した。したがって、管体の形状を変化させて音色の変化をさせることを考えた際に、吹奏感も考慮しながら設計が出来る。音程も断面積によって変化が起きている為、同様に吹奏感を考慮した設計が可能である。

5.5 楽器音のシミュレーション

上記のモデルを用いて、ベル (A) をシミュレーションした。結果を図 7 に示す。また、ベル (A) を取り付けた管全体の形状は円筒になる。まず 3.3 章の式を用いて管端の放射インピーダンスを求める。次に 3.4 式を用いて入力端の入力インピーダンスを求め、3.1 章 (1) 式を用いて反射関数を計算した。この反射関数を M.S.W モデルに畳み込むことで楽器音のシミュレーションを行った。

あらわれているピークが第4次倍音あたりまでは、おおむね一致している。しかし、それ以降の倍音が、シミュレーションでは、強いピークと弱いピークが交互にあらわれていて、波形は矩形波に近く、クラリネットの特徴を再現できた。

6 考察

本研究の提案手法である入力インピーダンスと吹奏感には関係があることが分かった。ベルの断面積を狭くすると息が入り

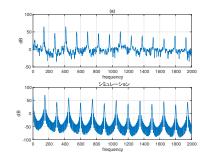


図 6. 上: ベル (A) を取り付けたクラリネット。下: シミュレーション結果

にくくなる傾向にある。対照的に内径を広げることで、吹奏感が悪くなるようなことは起きにくいことが分かった。また、管体の特性が変化する点が存在し、その点を閾値に楽器の設計をすることによって、吹奏感を考慮した楽器の設計を行う事が可能になる。

サンプルのアンケート調査の吹奏感の意見の聴取を行った際に、音程について触れる被験者が多かった。音程は楽器設計において、正確である必要がある。管体の半径を小さくすることで音程が下がった理由として、円錐状のベルがだんだん円筒に近くなることにより、管内部の音程に関わる実行長が長くなったことがあげられる。したがって、音程を揃えて管体の形状を変える設計をする際は、管長も考慮して設計を行う必要がある。まとめとして、楽器をシミュレーションで設計する際は、正しい数値設定を行い、管体の形状変化に合わせて音程と吹奏感を損なわないように断面積と管長の設定を行うことが重要である。

7 おわりに

本研究で明らかになったことは、図 5,6 で示したグラフの折り返し地点のような、管体の特性が変化する点が存在し、吹奏感に影響が出ているという事である。よって、管体の設計の段階で、断面積を徐々に変化させながら入力インピーダンスを計算し、管体の特性の遷移を見ることで、吹奏感を考慮した楽器の設計が可能になる。本研究ではクラリネットに焦点を絞って研究を行ったが、この方法はクラリネット以外の楽器にも適用できる可能性がある。管体の入力インピーダンスを計算して入力に適したインピーダンスの特徴を持つ管体を選択することで同様に吹奏感を考慮した設計が可能になる。

実際の楽器から入力インピーダンスを直接測定する方法が提案されており、本研究では行わなかった入力インピーダンスの直接計算を行い、提案法が、物理的に正しいかどうかを確かめる必要がある。しかし、問題点として、インピーダンスの測定は、不安定な測定結果になりやすいという性質があるため、何度も測定を繰り返し、統計的な値を算出する必要がある。

参考文献

- [1] 山上 憲, 古川 茂, 金管楽器の物理モデルにおける反射関数 の考察
- [2] 橘 崇哲; 高橋 公也 McIntyre, Schumacher, Woodhouse モデルによるクラリネッ トのシミュレーション
- $[3]\,$ HAROLD LEVINE AND JULIAN. SCHVHNGER , On the Radiation of Sound from an Unfianged Circular Pipe
- [4] F. C. Karal, The Analogous Acoustical Impedance for Discontinuities and Constrictions of Circular Cross Section
- [5] 橘崇哲, シングル リー ド木管楽器 の発音機構
- [6] Rene Causse, J. Kergomard, and X. Lurton, Input impedance of brass musical instruments Comparison between experiment and numerical model
- [7] M.E McIntyre, R.T.Schumacher and J.Woodhouse, "On the oscillations of musical instruments,"