

4 デジタルフィルタ

4.1 フィルタリング

信号を足し合わせると音が重ね合わせられた。信号を遅らせて足し合わせると、違う効果が得られる。

```
>> Fs=8000;
>> t=0:1/Fs:1-1/Fs;
>> s=sin(2*pi*800*t)+sin(2*pi*500*t); % 2 成分からなる信号を生成
>> soundsc(s,Fs)
>> subplot(3,1,1); plot(s(1:100));
>> sd=wshift(1,s,-5); % s を 5 点分遅らせる
>> subplot(3,1,2); plot(sd(1:100));
>> soundsc(sd,Fs)
>> ss=s+sd;
>> subplot(3,1,3); plot(ss(1:100));
>> soundsc(ss,Fs)
```

subplot は複数のプロットを並べる関数である。(詳しい使い方は help subplot で調べよ)

練習 35 5点遅らせて足し合わせることで、どちらかの成分が除去された。どの成分が除去されたか?

練習 36 別の成分を除去するには、何点遅らせればよいか?

このように遅れを上手く利用すると、ある成分を除去したり強調したりすることができる。一般にはある成分を除去することが多いため、このような処理をデジタルフィルタと呼ぶ。

遅れの点数に対応した数列を用いることで、フィルタの処理方法をあらわすことがある。上記の、信号それ自身に、5点遅らせてそのままの大きさを足す処理を $h = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$ という数列であらわすとする。つまり、 $h(1)$ は信号自身をあらわす。 $h(6)$ は $h(1 + 5)$ である。つまり5点遅らせていることを示す。

このフィルタ h を時間領域の信号 s に適用する。

```
>> h=[1 0 0 0 0 1];
>> sf=conv(s,h);
>> plot(sf(1:100))
```

conv は畳み込みという計算をおこなう。

練習 37 conv([1 3], [2 4]); などの計算を試して conv とはどのような計算かを確認せよ。(help conv などの情報も利用せよ)

h の設計によって、様々な効果が得られる。

説明のため、まず、雑音交じりの信号 sn を作成する。

```
>> n=1:100;
>> Fs=8000;
>> t=0:1/Fs:1-1/Fs;
>> nz=randn(1,length(t));
>> plot(n,nz(n))
>> s=sin(2*pi*440*t);
>> sn=0.8*s+0.1*nz;
>> plot(n,sn(n))
>> soundsc(sn,Fs)
```

```
>> h=ones(1,3)/3
h =
    0.3333    0.3333    0.3333
>> fsn=conv(sn,h);
>> plot(n,fsn(n))
>> soundsc(fsn,Fs)
```

フィルター h によって雑音の影響が軽減したことがわかる。

練習 38 長さ 5 の整数の乱数列を作成し ri という変数に代入せよ。次に $\text{conv}(ri, h)$ を計算し、その結果から h を畳み込むことは、 ri に対してどのような計算をおこなっているのか考察せよ。

練習 39 h の長さを長くすると、 sn はどのように変化するか試せ。

練習 40 $h = [1 \ -0.98]$ として、上記の sn に適用せよ。どのような音になるか?

スペクトルの変化を簡単に可視化する方法として、スペクトログラムを利用する方法がある。スペクトログラムとは、2次元のスペクトル情報の時間変化を、周波数成分の強さは色の違いで表現することで、スペクトルの時間変化を2次元のグラフで表現する。

MATLAB では、`spectrogram` で利用できる。`help spectrogram` を実行する。使い方はいろいろあるが、今回は、

```
S = SPECTROGRAM(X,WINDOW,NOVERLAP)
```

の書式を使う。

```
>> spectrogram(data,hann(1024),832,1024,fs,'yaxis')
```

第 2, 第 3, 第 4 引数 (`hann(1024),832,1024`) は目的にあわせて変化させなければならない。

練習 41 上記のフィルタの効果を `spectrogram` で観察し、どのような効果なのかを確認せよ。

最もよく用いられるフィルタの一つが、ある周波数の範囲 (帯域とよぶ) を通さない処理である。ダウンサンプリングではアンチエイリアシングフィルタを用いると述べた。これは、ある周波数より高い周波数は除去するフィルタで LPF (ローパスフィルタ, 低域だけを通過 (パス) させるフィルタ) である。

サンプリング周波数 8kHz で、2kHz 以下の低域だけを通過させる LPF の数列は以下のように計算できる。

```
>> h=fir1(40,0.5);  
>> stem(h)
```

かなり複雑な数列であることがわかる。

練習 42 h を上記の sn に適用せよ。どのような音になるか?

練習 43 `fir1` を用いて、550Hz 以下の低域だけを通過させる LPF を設計せよ。その LPF を sn に適用せよ。

練習 44 `fir1` を用いて、ある周波数以上の高域を通過させるフィルタも設計できる。そのようなフィルタを HPF (ハイパスフィルタ) とよぶ。450Hz 以上を通過させる HPF を設計せよ。 sn に 演習 43 の LPF と、本問の HPF を両方適用せよ。

練習 45 いろいろな HPF, LPF を設計し、いろいろな音に適用せよ。

4.2 漸化式によるフィルタの表現

5点遅らせて足すという処理は次式であらわせる。

$$y(n) = x(n) + x(n-5) \quad (3)$$

ここで、 y はフィルタの出力、 x はフィルタの入力をあらわす。

$x(n-i)$ の係数を b_i とすると、上記の右辺の係数は

$$b_0 = b_5 = 1, b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0 \quad (4)$$

この係数を b_0 から順にならべると $[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$ となる。これは、5 点ずらしたフィルタの h と同じである。次に、

$$y(n) = 0.8y(n-1) + 5x(n) \quad (5)$$

という式を考える。

練習 46 この式に次の信号を入力したときの出力を求めよ。

$$x(n) = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (n > 0) \end{cases} \quad (6)$$

(6) 式のように 1 点だけ値がある信号をインパルスという。インパルスを入力とした、あるシステムの出力をインパルス応答とよび、システムを表現するものとして知られている。

練習 47 適当なインパルスのスペクトルを求め、どのような特徴があるか述べよ。

(5) 式を左辺に出力、右辺に入力がくるように整理する。

$$y(n) - 0.8y(n-1) = 5x(n) \quad (7)$$

出力の係数を a_i 、入力の係数を b_i であらわすと、 $a_0 = 1, a_1 = -0.8, b_0 = 5$ となる。これを二つのベクトル $[1 \ -0.8]$ 、 $[5]$ であらわす。この二つの係数ベクトルを利用して、(5) 式で表現されるフィルタの処理をする関数が `filter` である。

```
>> a=[1 -0.8];
>> b=[5];
>> i=[1 zeros(1, 15)];
>> ir=filter(b,a,i);
>> plot(ir)
```

このようにしてインパルス応答を求められる。出力が入力として用いられている (=フィードバックしている) ため、このインパルス応答は無限に続く。したがって、このようなタイプのフィルタは IIR(infinite impulse response) フィルタとよばれる。

練習 48 適当な音を (6) 式であらわされるフィルタで処理してどのような音になるか確認せよ。

(3) 式の左辺の係数を $[1]$ だと見なすと、同様に、`filter` 関数でインパルス応答を求められる。

練習 49 (3) 式のインパルス応答を求めよ。

このインパルス応答は有限なため、このフィルタは FIR(finite impulse response) フィルタとよばれる。

フィルタがどのような周波数成分を阻止したり通過させたりするかを示すのが、フィルタの周波数応答である。MATLAB には、周波数応答のうち振幅応答を表示するツール `fvtool` がある。

練習 50 `fvtool` を利用して様々なフィルタの振幅応答を観察せよ。(利用方法は `help fvtool` で調べられる)

MATLAB には、様々な IIR フィルタを設計するツールが用意されている。その一つに `butter` がある。

練習 51 `butter` を用いて、550Hz 以下の低域だけを通過させる LPF を設計せよ。その LPF を `sn` に適用せよ。

練習 52 `butter` を用いて、ある周波数以上の高域を通過させるフィルタも設計できる。そのようなフィルタを HPF(ハイパスフィルタ) とよぶ。450Hz 以上を通過させる HPF を設計せよ。`sn` に 演習 50 の LPF と、本問の HPF を両方適用せよ。

練習 53 `fir1` を利用して作成したフィルタと `butter` を利用して作成したフィルタの振幅応答を `fvtool` を用いて比較せよ。

課題

以下の課題をパワーポイントファイルに作成し、授業支援システムのみ Navi の第 4 回目の「準備課題」のところにアップロードすること。パワーポイントファイルは、18 ポイント以上の大きさの文字を使って作成すること。締切は 5/16(月) 午前 5 時とします。自動で締め切ってしまいますので、十分に注意して下さい。

1. 演習 38,39,40,41 を解答せよ。
2. 演習 47 を解答せよ。
3. 演習 53 を解答せよ。
4. この資料を読んで、わからなかった点があれば、わからなかった点が解消されるような回答が期待できるような具体的な質問を考えて書くこと。