5　ケプストラムを用いた母音の分析

5.1　ケプストラム

周波数特性 $F(f)$ のフィルタと 周波数特性 $G(f)$ のフィルタをかけあわせて $X(f)$ になるとする。

$$X(f) = F(f) \cdot G(f) \tag{1}$$

(時間領域では、畳み込みとなる)
対数をとる。

$$\log X(f) = \log F(f) + \log G(f) \tag{2}$$

掛け算だった関係が足し算となる。したがって、例えば、$F(f)$ が周波数が低い成分で、$G(f)$ が高い成分の場合は、周波数軸上に窓をかけることで、容易に分解できる。
両辺に対して IDFT(逆離散フーリエ変換) を適用する。逆フーリエ変換を F^{-1} とあらわすことにする。

$$F^{-1}(\log X(f)) = F^{-1}(\log F(f)) + F^{-1}(\log G(f)) \tag{3}$$

これをケプストラムとよぶ (FFT を用いて求めたので、詳細な呼び方では FFT ケプストラム)。ケプストラムは時間の次元を持つ。この次元を周波数領域の周波数 (frequency) にちなんで、ケフレンシー (quefrency) と呼ぶ。

5.2　スペクトル包絡

母音のスペクトルの形は、ホルマントとよばれるいくつかのピークで特徴づけられることが知られている。同じ母音で高い声で発音すると、微細構造のピークの間隔が開き、低い声で発音すると微細構造のピークの間隔が狭まる。
このホルマント構造のような概形の成分が上記の $F(f)$ であり、微細構造が $G(f)$ であるとみなすことにする。
ケプストラム係数を用いて母音のスペクトルの概形を表わす例を考える (適宜穴埋め部分を埋めながら試すこと)。まず、母音 `/a/` の波形データを `x` に読み込む。

```
>> [xwave, fs, nbits] = (1);
>> plot(xwave); % 母音の区間を観察
>> x = xwave(母音の適当な区間を指定);
```

次に `x` の振幅スペクトルを求める。

```
>> x = x .* (2); % 適当な窓をかける。
>> X = (3); % DFT する
```

対数振幅スペクトルを計算する。

```
>> LX = log10(abs(X));
```

逆フーリエ変換をかけるとケプストラムとなる。

```
>> xc = ifft(LX, サイズは適切に指定);
```

課題 7 `xc` の全体をプロットすると左右対象となることを確認せよ (`xc` は複素数であることに注意)。対象となる部分は表示しても無駄なので、前半だけをプロットしてみよ。

課題 8 `xc` をプロットして低いケフレンシーのところにスペクトルの概形に関係する成分が集まり、中程度のケフレンシーのところに声の高さに関する成分 (周期成分) があらわれていることを確認せよ。

ケプストラム係数は、一番最初の成分 (xc(0); 直流成分) を除くと、xc(1) と xc の一番最後の要素が等しく、xc(2) と xc の最後から 2 番目の要素が等しい。

低いケフレンシーの部分 12 個を残すことを考える。つまり、xc の長さを l_{xc} とすると、xc(13) から、$xc(l_{xc}-11)$ までを 0 にする。

```
>> xclen = length(xc);
>> xc(13:xclen - 11) = 0;
```

これをフーリエ変換する (対数スペクトルに戻す)。

```
>> Xc = fft(xc, サイズは適切に指定);
```

課題 9 Xc をプロットし、LX のプロットと比較せよ。Xc がうまくプロットできたら、いろんな母音を試してみよ。

5.3 母音の分析

母音は、声帯を周期的にふるわせて音を出し、舌の位置や口の形で/a/などの音韻を決定し、口から放射する。それぞれの周波数特性を $G(f), V(f), L(f)$ とすると、観測された音の周波数特性 $X(f)$ は、以下のようにあらわされる。

$$X(f) = G(f) \cdot V(f) \cdot L(f) \tag{4}$$

母音の特徴だけを明確に捉えたいときには、$G(f), L(f)$ の部分の影響を排除した方がよい。$G(f) \cdot L(f)$ の部分の影響を排除するために、よく次のようなハイパスフィルタを適用される。

$$y(n) = x(n) - \alpha x(n-1) \tag{5}$$

一般には、$\alpha = 0.97$ や $\alpha = 0.98$ といった値が用いられる。このフィルタの特性は [1 -0.97] といった系列で表わされるので、まず最初に時間波形 x にこのフィルタを適用する。

```
>> x = (4);
```

この処理のことをプリエンファシスと呼ぶことが多い。

課題 10 プリエンファシスした場合としない場合で、対数振幅スペクトルがどのように変化するか観察せよ。

課題 11 プリエンファシスした場合としない場合で、スペクトル包絡がどのように変化するか観察せよ。

課題 12 プリエンファシスして、様々な母音のスペクトル包絡を求めて、ホルマントを観察せよ。